

**TESTANDO A HIPÓTESE DE EFICIÊNCIA DE MERCADO POR MEIO DE
REDES NEURAS ARTIFICIAIS: UM ESTUDO DE CASO COM AS DEZ
PRINCIPAIS AÇÕES DO IBOVESPA DO PRIMEIRO QUADRIMESTRE DE
2011**

Luiz Henrique Debei Herling

Universidade Federal de Santa Catarina
lhherling@gmail.com

Marcus Vinicius Andrade de Lima

Universidade Federal de Santa Catarina
marcus.lima@cse.ufsc.br

Gilberto de Oliveira Moritz

Universidade Federal de Santa Catarina
gomoritz@cse.ufsc.br

Pedro Henrique Marangoni

Universidade Federal de Santa Catarina
pedromarangoni@hotmail.com

RESUMO

Este artigo tem como objetivo analisar se a ferramenta de Marangoni (2010) a partir de uma rede neural artificial (RNA) tem relação com a hipótese de eficiência de mercado para a tomada de decisão de investimentos no mercado de ações. O presente estudo utilizou as dez ações mais importantes que faziam parte do Ibovespa no primeiro quadrimestre do ano de 2011. O estudo será dividido em três etapas. A primeira consiste em revisar a literatura específica que aborda as questões do ambiente da gestão financeira no que tange aos investimentos em bolsa de valores e seus instrumentos de avaliação. A segunda etapa consiste na aplicação do modelo nos papéis selecionados para finalmente se realizarem as análises e devidas considerações. Conclui-se que a ferramenta de redes neurais artificiais convergiu, em 50% dos papéis em termos de previsão, para a hipótese de eficiência de mercado. O papel sugerido como opção de compra, que maximiza a

rentabilidade por parte do investidor pela RNA, foi igual ao papel indicado com base na hipótese de mercado eficiente. O mesmo ocorre com o papel menos rentável. Ao comparar com o que aconteceu, nota-se que a primeira decisão seria acertada e a última é pouco distorcida em relação ao que ocorreu. A pesquisa é predominantemente quantitativa. O estudo se faz importante uma vez que atualmente existem poucos estudos que comprovam o funcionamento das RNAs para previsão de série temporal no mercado acionário.

Palavras-chave: Análise de investimentos. Mercado acionário. Redes neurais artificiais. Hipótese de eficiência de mercado.

ABSTRACT

This article aims to analyze if the Marangoni tool (2010), from an artificial neural network (ANN), is related to the market efficiency hypothesis for making investment decisions in the stock market. The present study used the ten most important stocks that were part of the Bovespa index in the first quarter of the year 2011. The study will be divided into three stages. The first is to review the literature addressing specific environmental issues of financial management in relation to investments in the stock market and its evaluation tools. The second step consists of the application of the model in the selected papers to then perform the analysis and due consideration. It is concluded that the tool artificial neural network has converged in 50% of roles in terms of prediction, to the efficiency in the event market hypothesis. The paper suggested as a purchase option that maximizes profitability for the investor by RNA was equal to the paper indicated based on the efficient market hypothesis. The same occurs with the least profitable paper. When comparing with what happened, we note that the first decision was correct and the last is somewhat distorted as to what occurred. The research is predominantly quantitative. The study is important because there are currently few

studies that demonstrate the operation of RNAs for time series prediction on the stock market.

Key-words: Investment Analysis. Stock market. Artificial neural networks. Market efficiency hypothesis.

1 INTRODUÇÃO

No contexto econômico atual, muitas são as possibilidades de investimentos disponíveis no mercado. Os agentes superavitários, que, segundo Keynes (1983), são aqueles que têm renda maior que o consumo e procuram sempre aplicar suas respectivas poupanças a fim de maximizar seu capital, acabam por financiar os agentes deficitários, que precisam angariar recursos para financiar-se.

As finanças corporativas incorporam em seu escopo as evoluções do mundo contemporâneo. Em se tratando de finanças, desde 1929 com a grande depressão até a década de 1940, os estudos eram voltados basicamente para liquidez e captação de recursos. Após isso, inicia-se a preocupação com análise de investimentos e em seguida surgem as teorias que envolvem o atual mercado de capitais, como a teoria dos portfólios de Markowitz.

Na atual administração financeira, existem vários métodos para avaliação de investimentos. Gitman (2010) apresenta os principais métodos de análise de investimentos como o método *Payback*, Valor Presente Líquido (VPL) e taxa interna de retorno (TIR) por parte das organizações. Nota-se que, ao longo do tempo, cada vez mais as empresas preocupam-se em avaliar seus investimentos a ponto de verificar se são atrativos ou não.

Basicamente, para um projeto ser aprovado, seu retorno em termos reais deve ser maior que o custo de capital, o qual, segundo Ross, Westerfield e Jaffe (2007), será avaliado de acordo com a fonte, que pode ser própria ou de terceiros. Gitman (2010) ainda destaca que um dos principais objetivos do administrador financeiro é procurar investimentos que maximizem o retorno sobre o capital, gerando cada vez mais riqueza para o investidor. Com base nesses argumentos, é evidente que o investidor irá sempre procurar investir o dinheiro em ativos que lhe proporcionem o maior retorno.

Ao longo dos anos, o mercado de ações vem atraindo cada vez mais investidores devido ao fato de apresentar rentabilidades muito atraentes em relação às outras possibilidades de investimento, como a caderneta de poupança e títulos de renda fixa.

Não se pode deixar de mensurar o risco inerente em cada operação. Tome-se como exemplo a decisão de investimento em dois ativos que proporcionam retornos diferentes. Um deles é aplicação na caderneta de

poupança e o outro, aplicação no mercado de capitais, mais especificamente a bolsa de valores.

Para efeito de comparação entre dois tipos de investimentos mais comuns no portfólio brasileiro, apresenta-se, no Gráfico 1, a comparação entre a rentabilidade da Bolsa de Valores de São Paulo (Ibovespa) e a da caderneta de poupança.

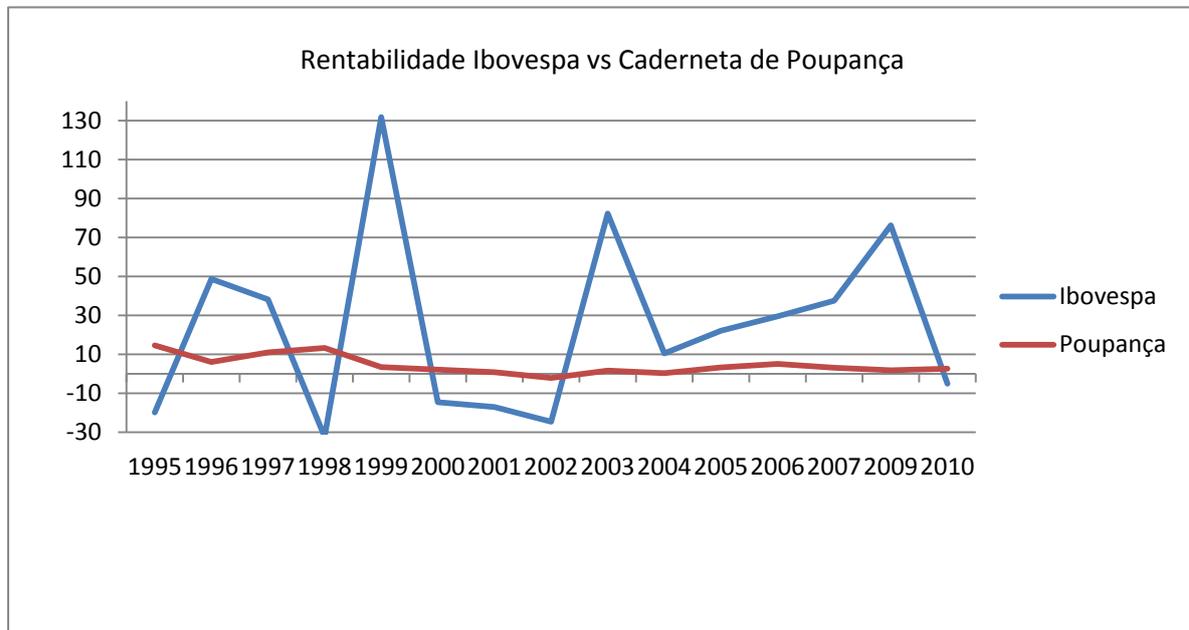


Gráfico 1: Rentabilidade da Ibovespa versus caderneta de poupança

Fonte: Elaboração própria.

Pode-se observar nitidamente que o Índice da Bolsa de Valores de São Paulo (Ibovespa), apesar de proporcionar rentabilidade superior em alguns momentos ao índice de remuneração da caderneta de poupança, teve ao longo do tempo de estudo de sua rentabilidade uma oscilação nas taxas de retorno muito superior à oscilação da rentabilidade da caderneta de poupança, o que permite concluir que investimentos em ações estão sujeitos a um grau de risco maior que aplicações na caderneta de poupança haja vista a oscilação de seu retorno. Ao calcular-se o desvio padrão de cada um dos investimentos, verifica-se que a oscilação do investimento em bolsa é muito superior à da caderneta de poupança – 46,62 contra 4,83 –, mostrando um desvio 9,6 vezes superior e evidenciando a discrepância quanto ao risco.

Com a evolução dos estudos em finanças, Markowitz (1952) começou a utilizar critérios fundamentalistas para tomada de decisão e avaliação de ativos. Seu trabalho mais conhecido é a teoria das carteiras. Seus estudos foram evoluindo em análise fundamentalista, juntamente com seu pupilo, Willian F.

Sharpe, conhecido pela criação do CAPM, que consiste em um modelo para avaliar o custo do capital sob condições de risco, levando em conta o *beta* (risco sistemático) e o prêmio pelo investimento e refletindo o retorno acrescido do risco ao investidor.

Anteriormente a esses estudos, mais precisamente 50 anos antes dos estudos de Markowitz, Charles Dow, em 1894, apresentou teorias que tinham como objetivo a identificação de linhas de tendências do mercado. Sua teoria, a Teoria Dow, é considerada a mais antiga das explicações teóricas sobre a existência de grandes tendências no mercado de capitais, dando origem então à análise técnica.

A teoria sustenta que as ações negociadas vão sempre seguir uma tendência, de alta ou baixa, a qualquer momento. Diante disso, cabe ao investidor aplicar técnicas para identificar os momentos de compra e venda, e por consequência aumentar sua rentabilidade, realizando as operações nos melhores momentos possíveis. É evidente que tais identificações são complexas e mensuram diversas variáveis.

Dentro da análise técnica, atualmente outros estudos vêm utilizando redes neurais artificiais. Podem-se destacar os trabalhos de Cartacho (2001) e Freitas (2001) como bons exemplos quanto ao uso de redes neurais artificiais para previsão de valores futuros de ativos financeiros (ações, índices, opções, etc.). Esses bons resultados têm motivado novos estudos que utilizam redes neurais artificiais, como é o caso deste artigo.

Este método computacional para previsão de dados é um subconjunto da Inteligência Artificial e tem se limitado ao escopo universitário, empresas de pesquisa e grandes empresas de investimentos. Este artigo visa mostrar que o investidor individual pode também utilizar esse recurso, bem como testar seu funcionamento perante a teoria de eficiência de mercado com relação na liquidez.

A rede neural apresentada por Marangoni (2010), que será utilizada neste estudo, utiliza dados como preço da ação, seu índice de liquidez, médias móveis e outros índices indicadores de tendências, que serão detalhados na fundamentação teórica deste artigo. Esses dados são utilizados como entradas para a rede neural e, a partir do funcionamento do programa, serão feitas previsões do comportamento futuro do preço de fechamento diário para a ação em questão, no caso serão analisadas as 10 ações com maior peso no primeiro quadrimestre de 2011 do Ibovespa.

Segundo dados do portal da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros (BM&FBovespa), o índice Bovespa, ou IBOV, é o mais importante indicador do desempenho médio das cotações do mercado de ações brasileiro. Sua relevância advém do fato de o Ibovespa retratar o comportamento dos principais papéis negociados na BM&FBovespa. O portal ainda destaca sua tradição, pois o índice manteve a integridade de sua série histórica e não sofreu modificações metodológicas desde sua implementação, em 1968.

O índice reflete não apenas as variações dos preços das ações, mas também o impacto da distribuição dos proventos, sendo considerado um indicador que avalia o retorno total de suas ações componentes.

Ainda de acordo com informações do portal da BM&FBovespa, "a finalidade básica do Ibovespa é a de servir como indicador médio do comportamento do mercado. Para tanto, sua composição procura aproximar-se o mais possível da real configuração das negociações à vista (lote-padrão) na BM&FBovespa".

As ações integrantes da carteira teórica do Índice Bovespa respondem por mais de 80% do número de negócios e do volume financeiro verificados no mercado à vista, o que permite concluir que são as mais líquidas em questão de compra e venda.

O modelo de RNA será aplicado para avaliar qual ação que compõe o índice irá oferecer melhor taxa de retorno, sendo o critério utilizado para avaliar em qual ação investir, a partir das previsões oferecidas pela rede. Paralelamente, serão analisados os papéis por sua liquidez e tomadas as decisões de compra com base nas mesmas. O presente estudo visa responder se a ferramenta desenvolvida por Marangoni (2010) identifica os papéis de melhor rentabilidade de acordo com os papéis identificados por meio da análise da liquidez.

2 INVESTINDO EM BOLSA DE VALORES

O gestor financeiro posiciona-se entre a atividade da empresa e os mercados financeiros, ele tem o papel de decidir as questões básicas de quais investimentos a fazer e de como financiar (Brealey, Myers & Allen, 1998).

Seguindo este pensamento, Ross (2007) aponta que o papel do administrador financeiro é tomar decisões que aumentem o valor da empresa, tendo consciência de onde está pisando, com visão no mercado, aproveitando as oportunidades concedidas e sempre objetivando voos maiores.

Não só os empresários, mas também os investidores de um modo geral vêm buscando melhores oportunidades de investimento, e a bolsa de valores tem se mostrado ao longo do tempo um importante canal para o alcance desses objetivos.

2.1 MERCADO À VISTA DE AÇÕES

Todas as empresas precisam captar recursos em diversos momentos de sua existência. Sabe-se que esse capital pode ser próprio ou de terceiros (Gitman, 2010).

Ao emitir ações, a empresa está admitindo novos sócios, o que classifica os investidores como detentores de frações da empresa. Com isso, esse capital é classificado como próprio e é remunerado sobre o lucro que a empresa conseguiu no exercício.

As ações por sua vez, segundo Assaf Neto (1999), constituem títulos representativos de menor fração do capital social de uma empresa. Assim, o acionista não é um credor da companhia, mas um coproprietário.

Este mercado de ações funciona por meio de uma bolsa de valores. As bolsas de valores, segundo Pinheiro (2009), são instituições de caráter econômico, que têm como principal objetivo a negociação pública mercantil de títulos e valores mobiliários, o que leva a concluir que é o local onde se compram e vendem ações.

Da bolsa irão participar pessoas físicas e jurídicas. As primeiras em busca de alternativas de investimento; as segundas em busca de captação de recursos e, em outros casos, procurando investimentos alternativos para seu capital. Podem-se classificar, de acordo com Pinheiro (2009) em três tipos de postura os agentes atuantes nesse mercado:

- especuladores: agentes que utilizam o mercado para obter lucros no curto prazo sem se preocupar com os papéis que estão comprando. Buscam oportunidades de compra e venda de ações;
- investidores: utilizam o mercado para obter rendimentos de longo prazo;
- gestores financeiros: necessitam do mercado para captar recursos a baixo custo e investir recursos sem risco, com prazos adequados.

2.2 HIPÓTESE DE MERCADO EFICIENTE

A bolsa de valores é um instrumento altamente disciplinado, regulamentado e fiscalizado. Com base nessas características abordadas por Pinheiro (2009), e com as demais características mostradas por Assaf Neto (1999), como a obrigatoriedade da publicação dos resultados contábeis em veículos de comunicação pública, fica evidente que os investidores possuem muitas informações sobre a situação econômica da empresa. Por outro lado, os veículos de comunicação, que têm por objetivo “vender informações”, publicam diversas notícias sobre as empresas que operam no mercado acionário. Porém é importante lembrar que as informações disponíveis não são as essenciais para tomada de decisão, devido ao fato de refletirem decisões ou acontecimentos passados e o acesso de forma global a parte delas não gera “vantagem” na hora de tomar decisão, uma vez que é do conhecimento de todos.

Por fim, os investidores acabam por absorver essas informações, que influenciam seu comportamento em relação a suas atitudes de compra e venda. Com as atitudes influenciadas, a oferta e a demanda pelos papéis altera-se, mudando por consequência a cotação do papel em determinado tempo.

Brealey, Myers e Allen (2008) afirmam que o mercado é eficiente quando as informações disponíveis refletem em sua cotação: “Nos mercados competitivos, o preço corrente das ações reflete a informação do histórico dos preços”.

Brealey, Myers e Allen (2008, citados por Kendall, 1953) sugerem que as ações seguem um passeio aleatório, ou seja, que as variações de preço são independentes umas das outras. Para isso, imagine-se que uma ação seja negociada hoje a \$30 e a expectativa do mercado é de que ela chegue a \$120. Ao perceberem essa possibilidade de ganho, os investidores começam a comprar essas ações mesmo que a preços mais altos, por exemplo, a \$80, destruindo então o ciclo, pois só irão parar de comprar quando o retorno anormal for atingido. A tendência é que o mercado sempre se ajuste às novas informações (Gitman, 2010).

De acordo com essas informações, o investidor não deveria perder tempo procurando momentos de alta e baixa para obter altas rentabilidades na bolsa, pois o próprio mercado iria encarregar-se disso. Admite-se, na hipótese de mercado eficiente, que as ações com maior liquidez, ou seja, as mais negociadas são as que irão apresentar menor rentabilidade em determinadas carteiras. Se

um investidor utilizar esses conceitos para comprar ações, certamente irá investir seu capital naquela que apresenta melhor liquidez, assumindo maior risco e por consequência tendo expectativa de melhor rentabilidade.

Porém, segundo destacado por Pinheiro (2009), a hipótese básica da análise fundamentalista é que o mercado de capitais é eficiente a longo prazo, podendo ocorrer anormalidades no curto prazo, que serão corrigidas no futuro, e que, para existirem, precisam atender a alguns pontos como:

- 1) competitividade: têm de ser livres;
- 2) transparência;
- 3) liquidez: bom funcionamento do mercado secundário;
- 4) tamanho: que possibilite custos de transação baixos

Entretanto, esse ideal de mercado não existe (Pinheiro, 2009). Pode-se definir o nível de eficiência fazendo a relação entre informação e preço e caracterizando-o em:

- 1) fraco: reflete as informações históricas;
- 2) médio ou semiforte: reflete também as informações públicas;
- 3) forte: todas as informações, inclusive as privadas, têm reflexo na cotação.

2.3 ANÁLISE DAS AÇÕES

Pode-se, hoje, analisar as ações de duas formas principais: a análise fundamentalista e a análise técnica.

A análise fundamentalista – surgida com força nos anos de 1950, a partir dos trabalhos de Markowitz (1952) e as continuidades desenvolvidas por Sharpe (1964) – leva em conta os fundamentos da empresa, tais como informações sobre lucros, dividendos, participação do mercado, liquidez, grau de endividamento, entre outros.

De acordo com a história retratada na obra de Pinheiro (2009), a análise técnica começou com os japoneses nos anos de 1700, quando começaram a formular o “preço futuro do arroz” por meio do acompanhamento histórico dos preços, dando origem aos gráficos conhecidos hoje como *candlesticks*.

A análise técnica é na verdade, segundo Pinheiro (2009), o “estudo dos movimentos passados dos preços e dos volumes de negociação de ativos financeiros, com o objetivo de fazer previsões sobre o comportamento futuro dos preços”.

Essa análise é uma das principais ferramentas utilizadas pelos investidores e vem se desenvolvendo muito a cada ano. Com os avanços da tecnologia da informação, é inevitável a utilização de ferramentas computacionais para o desenvolvimento desses modelos, facilitando de muitos modos sua aplicação e compreensão por parte dos investidores.

Ela irá se diferenciar do outro método de análise utilizado, a análise fundamentalista, principalmente por levar em consideração apenas os fatores de procura e oferta internos do mercado. É na verdade um estudo sobre o comportamento dos preços, visando identificar momentos de compra e venda.

As análises se dão por meio de gráficos, que podem ser de linha, volume, barras, ponto e figura, e por último os gráficos de *candlesticks*. Utilizam-se também indicadores técnicos.

Uma das vertentes que mais crescem nos estudos da análise técnica, é o uso de redes neurais artificiais (RNA) para previsão de série temporal e, por consequência, obter maior sucesso nas identificações de momento de compra e venda, bem como auferir melhores rentabilidades no mercado.

2.3.1 Redes neurais artificiais

Haykin (1999) afirma que rede neural é “um processador maciça e paralelamente distribuído, constituído de unidades de processamento simples, que têm a propensão natural para armazenar conhecimento experimental e torná-lo disponível para uso”. Ainda de acordo com o autor, ela assemelha-se ao cérebro em dois aspectos:

- 1) o conhecimento é adquirido pela rede a partir de seu ambiente por meio de um processo de aprendizagem;
- 2) forças de conexão entre neurônios (os pesos sinápticos) são utilizadas para armazenar o conhecimento adquirido.

A base de uma rede neural são os neurônios artificiais que “copiam” o funcionamento dos neurônios biológicos do cérebro humano. As entradas (*inputs*) para os neurônios chegam através dos dendritos. Estes, por sua vez, também podem agir como saídas (*outputs*) interconectando os neurônios. Matematicamente, os dendritos seriam o somatório. Os axônios, por outro lado, encontrados somente nas células de saída, têm função sináptica – quando ativos,

transmitem um sinal elétrico – e são responsáveis também por conectar os demais neurônios por meio de seus dendritos.

As RNAs são mais bem compreendidas quando se conhecerem estes três conceitos:

- 1) algoritmo: caracterizado como uma rotina para um processo computacional, consiste em uma série de operações primitivas, interconectadas devidamente, sobre um conjunto de objetos;
- 2) *perceptron*: rede com os neurônios dispostos em camadas. Os neurônios aprendem a responder um para verdadeiro e zero para falso, de acordo com as entradas;
- 3) redes *feedforward*: constituídas por *perceptrons* de várias camadas, em que os nós estão diretamente conectados às entradas e saídas, gerando a retroalimentação.

2.3.2 A RNA de Marangoni

Este artigo irá utilizar a ferramenta desenvolvida por Marangoni (2010), utilizada a partir da obtenção de alguns dados necessários para sua execução, os *inputs*.

- Para efeitos didáticos, os papéis analisados serão referenciados nesta seção com o termo *ação*:
 - a) preço fechamento diário da ação, referente a cem dias antecedentes à data zero;
 - b) quantidade de negócios da ação, referente a cem dias antecedentes à data zero;
 - c) volume de negociação da ação, referente a cem dias antecedentes à data zero;
 - d) número total de negócios do Ibovespa, referente a cem dias antecedentes à data zero;
 - e) volume de negócios no Ibovespa, referente a cem dias antecedentes à data zero;
 - f) IBOV, referente a cem dias antecedentes à data zero;
 - g) índice de negociabilidade;
 - h) Roc3;
 - i) Roc10;
 - j) Rsi14;

k) %r(14).

Após a obtenção desses dados, normalizam-se esses valores para o intervalo entre -1 e 1 para entendimento da rede. Além disso, utilizam-se médias móveis simples em algumas previsões, conforme proposto por Murphy (1999), para identificar pontos de entrada e saída por meio dos cruzamentos dessas médias. O passo seguinte é a aplicação de uma RNA *multilayer perceptron* com duas camadas do tipo *backpropagation*.

Essa RNA utiliza os seguintes parâmetros:

- 1) dias de previsão: 20;
- 2) dias para treinamento e validação: 100;
- 3) neurônios: 30;
- 4) camadas 2 (uma escondida);
- 5) termo de *momentum*: 0,6;
- 6) épocas de treinamento (iterações): 10.000;
- 7) MSE: 10^{-10} ;
- 8) R^2 estimado: 1.

A presente ferramenta de Marangoni, tem capacidade de prever 20 cotações futuras de fechamento de preço diário.

3 METODOLOGIA

Quanto à abordagem do problema, utilizou-se a pesquisa quantitativa por fazer uso das modalidades de coleta de informações e também de seus tratamentos. Richardson (1999, p. 70 citado por Beuren, 2006, p. 92) enfatiza que a abordagem quantitativa caracteriza-se pelo emprego de quantificação tanto nas modalidades de coleta de informações, quanto no tratamento delas por meio de técnicas estatísticas, desde as mais simples, como percentual, média, desvio padrão, às mais complexas, como coeficiente de correlação, análise de regressão, etc.

A pesquisa quantitativa, normalmente, mostra-se apropriada quando existe a possibilidade de medidas quantificáveis de variáveis e inferências a partir de amostras de uma população, usando instrumentos específicos. Esse tipo de pesquisa utiliza medidas numéricas para testar dados científicos e hipóteses, ou busca padrões numéricos relacionados a conceitos cotidianos (Gil, 1999).

Os dados serão analisados de forma quantitativa. De acordo com Chizzotti (2000), a análise quantitativa prevê a mensuração de variáveis preestabelecidas, procurando verificar e explicar sua influência sobre outras variáveis, mediante a análise da frequência de incidências e de correlações estatísticas. O pesquisador descreve, explica e prediz.

Os dados para o funcionamento do programa serão obtidos por pesquisa em base de dados da Economática®. Após a coleta dos dados, citados aqui na fundamentação teórica, eles são normalizados, tabulados e classificados. A partir de então, faz-se a relação e montagem dos inputs necessários para execução da rede desenvolvida por Marangoni (2010), reproduzida em software computacional, denominado MATLAB, modelo R2010a.

Após a execução, foram encontradas as cotações para 20 dias, o que caracteriza investimentos de curto prazo. Essas previsões serão conflitadas com o real comportamento do mercado, tendo como data zero o dia 01 de janeiro de 2011.

A ferramenta foi aplicada nas 10 ações mais importantes do Ibovespa do primeiro quadrimestre do ano de 2011. No momento da realização da pesquisa, o TOP 10 do Ibovespa era o seguinte: PETR4, OGXP3, VALE5, ITUB4, BVMF3, GGBR4, PETR3, BBDC4, USIM5 E BBAS3.

Serão, então, calculadas a rentabilidade real e a prevista com auxílio das devidas fórmulas de matemática financeira e calculadora hp12c.

A teoria de análise de investimentos sugere que o investidor deposite seus recursos mensurando a relação entre o risco e o retorno. Assim, ele investirá em um papel que produzirá o melhor retorno, sendo este condizente com o nível de risco que deseja assumir. Do ponto de vista da utilização da RNA, a decisão do investidor será por aquele papel que oferecer a maior rentabilidade. Por outro lado, com base na hipótese de eficiência de mercado, espera-se que as ações mais rentáveis sejam aquelas que possuam uma liquidez baixa.

Todavia, o presente estudo busca estabelecer relação entre a ferramenta desenvolvida por Marangoni e a hipótese de eficiência de mercado.

4 RESULTADOS OBTIDOS

Tabela 1: Resultados PETR4

PETR4		
Data	Valor Fechamento (Real)	Valor Fechamento (Previsto Rede)
03/01/2011	R\$ 27,00	R\$ 27,29
04/01/2011	R\$ 26,90	R\$ 27,17
05/01/2011	R\$ 27,22	R\$ 26,92
06/01/2011	R\$ 27,11	R\$ 26,79
07/01/2011	R\$ 26,73	R\$ 26,73
10/01/2011	R\$ 26,98	R\$ 26,97
11/01/2011	R\$ 27,15	R\$ 27,35
12/01/2011	R\$ 27,90	R\$ 27,24
13/01/2011	R\$ 27,31	R\$ 26,96
14/01/2011	R\$ 27,55	R\$ 26,99
17/01/2011	R\$ 27,45	R\$ 27,25
18/01/2011	R\$ 27,72	R\$ 27,41
19/01/2011	R\$ 27,30	R\$ 27,44
20/01/2011	R\$ 27,27	R\$ 27,42
21/01/2011	R\$ 27,05	R\$ 27,56
24/01/2011	R\$ 27,00	R\$ 27,36
26/01/2011	R\$ 26,83	R\$ 27,13
27/01/2011	R\$ 26,87	R\$ 27,35
28/01/2011	R\$ 26,67	R\$ 27,36
31/01/2011	R\$ 27,09	R\$ 27,43
01/02/2011	R\$ 27,64	R\$ 27,22
Rentabilidade	1,28%	-0,24%

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 2: Resultados VALE5

VALE5		
Data	Valor Fechamento (Real)	Valor Fechamento (Previsto Rede)
03/01/2011	R\$ 48,20	R\$ 48,20
04/01/2011	R\$ 49,60	R\$ 50,81
05/01/2011	R\$ 50,52	R\$ 52,11
06/01/2011	R\$ 51,25	R\$ 52,76
07/01/2011	R\$ 51,01	R\$ 52,99
10/01/2011	R\$ 50,59	R\$ 51,85
11/01/2011	R\$ 50,74	R\$ 50,72
12/01/2011	R\$ 51,15	R\$ 51,14
13/01/2011	R\$ 52,10	R\$ 52,28
14/01/2011	R\$ 51,93	R\$ 52,84
17/01/2011	R\$ 52,23	R\$ 51,77
18/01/2011	R\$ 52,86	R\$ 50,68
19/01/2011	R\$ 53,41	R\$ 50,14
20/01/2011	R\$ 52,68	R\$ 49,87
21/01/2011	R\$ 52,12	R\$ 49,73
24/01/2011	R\$ 52,51	R\$ 50,87
26/01/2011	R\$ 52,74	R\$ 51,76
27/01/2011	R\$ 52,46	R\$ 50,70
28/01/2011	R\$ 52,10	R\$ 51,29
31/01/2011	R\$ 51,05	R\$ 51,11
01/02/2011	R\$ 50,99	R\$ 52,26
Rentabilidade	5,78%	8,41%

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 3: Resultados OGXP3

OGXP3		
Data	Valor Fechamento (Real)	Valor Fechamento (Previsto Rede)
03/01/2011	R\$ 20,00	R\$ 20,00
04/01/2011	R\$ 20,03	R\$ 20,38
05/01/2011	R\$ 20,15	R\$ 19,22
06/01/2011	R\$ 20,60	R\$ 18,29
07/01/2011	R\$ 20,67	R\$ 17,89
10/01/2011	R\$ 20,75	R\$ 18,71
11/01/2011	R\$ 20,75	R\$ 18,73
12/01/2011	R\$ 20,33	R\$ 18,87
13/01/2011	R\$ 20,31	R\$ 18,49
14/01/2011	R\$ 20,00	R\$ 18,63
17/01/2011	R\$ 20,00	R\$ 18,97
18/01/2011	R\$ 19,78	R\$ 19,86
19/01/2011	R\$ 19,87	R\$ 19,79
20/01/2011	R\$ 20,11	R\$ 19,47
21/01/2011	R\$ 19,65	R\$ 19,70
24/01/2011	R\$ 18,77	R\$ 19,39
26/01/2011	R\$ 18,15	R\$ 19,58
27/01/2011	R\$ 18,93	R\$ 19,41
28/01/2011	R\$ 18,19	R\$ 19,94
31/01/2011	R\$ 17,96	R\$ 20,34
01/02/2011	R\$ 17,21	R\$ 20,25
Rentabilidade	-13,95%	1,25%

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 4: Resultados ITUB4

ITUB4		
Data	Valor Fechamento (Real)	Valor Fechamento (Previsto Rede)
03/01/2011	R\$ 39,13	R\$ 35,20
04/01/2011	R\$ 39,25	R\$ 36,50
05/01/2011	R\$ 39,56	R\$ 37,16
06/01/2011	R\$ 40,16	R\$ 37,27
07/01/2011	R\$ 39,21	R\$ 37,54
10/01/2011	R\$ 38,25	R\$ 37,67
11/01/2011	R\$ 38,56	R\$ 37,35
12/01/2011	R\$ 38,79	R\$ 35,92
13/01/2011	R\$ 39,81	R\$ 36,10
14/01/2011	R\$ 38,94	R\$ 36,21
17/01/2011	R\$ 39,18	R\$ 37,01
18/01/2011	R\$ 38,63	R\$ 36,57
19/01/2011	R\$ 38,13	R\$ 36,58
20/01/2011	R\$ 37,72	R\$ 36,11
21/01/2011	R\$ 36,80	R\$ 36,33
24/01/2011	R\$ 36,81	R\$ 36,06
26/01/2011	R\$ 37,07	R\$ 36,05
27/01/2011	R\$ 36,55	R\$ 36,59
28/01/2011	R\$ 36,70	R\$ 36,24
31/01/2011	R\$ 35,90	R\$ 35,70
01/02/2011	R\$ 35,20	R\$ 36,75
Rentabilidade	-10,04%	-6,09%

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 5: Resultados BVMF3

BVMF3		
Data	Valor Fechamento (Real)	Valor Fechamento (Previsto Rede)
03/01/2011	R\$ 13,37	R\$ 11,62
04/01/2011	R\$ 13,40	R\$ 11,81
05/01/2011	R\$ 13,09	R\$ 11,90
06/01/2011	R\$ 13,29	R\$ 11,68
07/01/2011	R\$ 12,96	R\$ 11,84
10/01/2011	R\$ 13,02	R\$ 11,51
11/01/2011	R\$ 12,57	R\$ 11,59
12/01/2011	R\$ 12,61	R\$ 11,56
13/01/2011	R\$ 12,22	R\$ 11,61
14/01/2011	R\$ 12,37	R\$ 11,61
17/01/2011	R\$ 12,42	R\$ 11,76
18/01/2011	R\$ 12,19	R\$ 11,54
19/01/2011	R\$ 12,01	R\$ 11,53
20/01/2011	R\$ 11,92	R\$ 11,33
21/01/2011	R\$ 11,95	R\$ 11,15
24/01/2011	R\$ 12,19	R\$ 11,06
26/01/2011	R\$ 12,13	R\$ 11,42
27/01/2011	R\$ 12,01	R\$ 11,31
28/01/2011	R\$ 11,85	R\$ 11,37
31/01/2011	R\$ 11,62	R\$ 11,49
01/02/2011	R\$ 11,86	R\$ 11,63
Rentabilidade	-9,44%	-11,22%

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 6: Resultados GGBR4

GGBR4		
Data	Valor Fechamento (Real)	Valor Fechamento (Previsto Rede)
03/01/2011	R\$ 22,67	R\$ 21,35
04/01/2011	R\$ 23,13	R\$ 21,60
05/01/2011	R\$ 23,81	R\$ 21,72
06/01/2011	R\$ 23,95	R\$ 21,89
07/01/2011	R\$ 24,04	R\$ 22,62
10/01/2011	R\$ 24,08	R\$ 22,64
11/01/2011	R\$ 23,75	R\$ 22,71
12/01/2011	R\$ 23,94	R\$ 22,49
13/01/2011	R\$ 24,73	R\$ 22,24
14/01/2011	R\$ 24,32	R\$ 22,11
17/01/2011	R\$ 24,20	R\$ 22,24
18/01/2011	R\$ 23,91	R\$ 22,22
19/01/2011	R\$ 23,94	R\$ 22,36
20/01/2011	R\$ 23,22	R\$ 23,14
21/01/2011	R\$ 22,75	R\$ 22,50
24/01/2011	R\$ 22,58	R\$ 22,87
26/01/2011	R\$ 22,50	R\$ 22,90
27/01/2011	R\$ 22,08	R\$ 22,89
28/01/2011	R\$ 21,70	R\$ 22,38
31/01/2011	R\$ 21,00	R\$ 23,05
01/02/2011	R\$ 21,35	R\$ 23,54
Rentabilidade	-5,82%	3,84%

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 7: Resultados PETR3

PETR3		
Data	Valor Fechamento (Real)	Valor Fechamento (Previsto Rede)
03/01/2011	R\$ 30,30	R\$ 30,55
04/01/2011	R\$ 30,06	R\$ 30,10
05/01/2011	R\$ 30,63	R\$ 30,05
06/01/2011	R\$ 30,45	R\$ 30,11
07/01/2011	R\$ 30,00	R\$ 29,94
10/01/2011	R\$ 30,21	R\$ 29,96
11/01/2011	R\$ 30,50	R\$ 30,20
12/01/2011	R\$ 31,47	R\$ 30,10
13/01/2011	R\$ 30,50	R\$ 29,72
14/01/2011	R\$ 30,77	R\$ 29,79
17/01/2011	R\$ 30,47	R\$ 30,04
18/01/2011	R\$ 30,95	R\$ 30,19
19/01/2011	R\$ 30,14	R\$ 30,49
20/01/2011	R\$ 30,10	R\$ 30,86
21/01/2011	R\$ 29,87	R\$ 30,57
24/01/2011	R\$ 30,01	R\$ 30,41
26/01/2011	R\$ 29,50	R\$ 30,46
27/01/2011	R\$ 29,61	R\$ 30,64
28/01/2011	R\$ 29,35	R\$ 30,50
31/01/2011	R\$ 30,05	R\$ 30,14
01/02/2011	R\$ 30,69	R\$ 29,94
Rentabilidade	0,46%	-2,00%

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 8: Resultados BBDC4

BBDC4		
Data	Valor Fechamento (Real)	Valor Fechamento (Previsto Rede)
03/01/2011	R\$ 32,90	R\$ 32,51
04/01/2011	R\$ 33,20	R\$ 32,02
05/01/2011	R\$ 33,82	R\$ 32,07
06/01/2011	R\$ 32,93	R\$ 31,99
07/01/2011	R\$ 32,37	R\$ 32,85
10/01/2011	R\$ 32,43	R\$ 32,12
11/01/2011	R\$ 32,60	R\$ 32,46
12/01/2011	R\$ 33,23	R\$ 31,90
13/01/2011	R\$ 32,83	R\$ 31,64
14/01/2011	R\$ 33,13	R\$ 32,12
17/01/2011	R\$ 32,68	R\$ 31,91
18/01/2011	R\$ 32,71	R\$ 31,66
19/01/2011	R\$ 32,32	R\$ 31,68
20/01/2011	R\$ 31,74	R\$ 31,18
21/01/2011	R\$ 31,48	R\$ 31,59
24/01/2011	R\$ 31,97	R\$ 32,71
26/01/2011	R\$ 31,78	R\$ 33,26
27/01/2011	R\$ 31,91	R\$ 33,20
28/01/2011	R\$ 31,15	R\$ 32,57
31/01/2011	R\$ 30,68	R\$ 32,78
01/02/2011	R\$ 30,72	R\$ 31,87
Rentabilidade	-5,50%	-1,99%

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 9: Resultados USIM5

USIM5		
Data	Valor Fechamento (Real)	Valor Fechamento (Previsto Rede)
03/01/2011	R\$ 39,13	R\$ 39,13
04/01/2011	R\$ 39,25	R\$ 37,41
05/01/2011	R\$ 39,56	R\$ 38,78
06/01/2011	R\$ 40,16	R\$ 39,44
07/01/2011	R\$ 39,21	R\$ 39,45
10/01/2011	R\$ 38,25	R\$ 38,41
11/01/2011	R\$ 38,56	R\$ 38,42
12/01/2011	R\$ 38,79	R\$ 38,86
13/01/2011	R\$ 39,81	R\$ 39,51
14/01/2011	R\$ 38,94	R\$ 39,04
17/01/2011	R\$ 39,18	R\$ 37,12
18/01/2011	R\$ 38,63	R\$ 36,16
19/01/2011	R\$ 38,13	R\$ 35,73
20/01/2011	R\$ 37,72	R\$ 35,93
21/01/2011	R\$ 36,80	R\$ 36,67
24/01/2011	R\$ 36,81	R\$ 38,03
26/01/2011	R\$ 37,07	R\$ 38,48
27/01/2011	R\$ 36,55	R\$ 38,50
28/01/2011	R\$ 36,70	R\$ 39,33
31/01/2011	R\$ 35,90	R\$ 39,47
01/02/2011	R\$ 35,20	R\$ 39,43
Rentabilidade	-10,04%	0,77%

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 10: Resultados BBAS3

BBAS3		
Data	Valor Fechamento (Real)	Valor Fechamento (Previsto Rede)
03/01/2011	R\$ 27,29	R\$ 27,29
04/01/2011	R\$ 27,00	R\$ 27,04
05/01/2011	R\$ 26,90	R\$ 26,85
06/01/2011	R\$ 27,22	R\$ 26,84
07/01/2011	R\$ 27,11	R\$ 27,01
10/01/2011	R\$ 26,73	R\$ 26,95
11/01/2011	R\$ 26,98	R\$ 26,90
12/01/2011	R\$ 27,15	R\$ 26,79
13/01/2011	R\$ 27,90	R\$ 27,00
14/01/2011	R\$ 27,31	R\$ 27,12
17/01/2011	R\$ 27,55	R\$ 27,02
18/01/2011	R\$ 27,45	R\$ 26,84
19/01/2011	R\$ 27,72	R\$ 27,02
20/01/2011	R\$ 27,30	R\$ 26,84
21/01/2011	R\$ 27,27	R\$ 27,15
24/01/2011	R\$ 27,05	R\$ 27,31
26/01/2011	R\$ 27,00	R\$ 27,60
27/01/2011	R\$ 26,83	R\$ 27,14
28/01/2011	R\$ 26,87	R\$ 26,99
31/01/2011	R\$ 26,67	R\$ 26,92
01/02/2011	R\$ 27,09	R\$ 26,93
Rentabilidade	-0,73%	-1,32%

Fonte: Elaboração própria.

As tabelas de 1 a 10 mostram os valores encontrados pela rede e o real preço de fechamento decorrido conforme a respectiva data. Constata-se que o modelo na verdade tem mais utilidade para prever momentos de alta e baixa (entrada e saída do mercado), ou seja, momentos de compra e venda do que mensurar o retorno esperado de determinada carteira de ativo em seu *target time*.

Se se partir do pressuposto da hipótese de mercado eficiente, em que os investidores têm acesso às informações e estas se refletem nos preços, o modelo encontra linhas de tendência de alta (LTA) e linhas de tendência de baixa (LTB).

O Gráfico 2 compara o real e o previsto pelo modelo para melhor visualização. Neste caso, escolheram-se as ações VALE5 por apresentarem a melhor rentabilidade da carteira estudada.

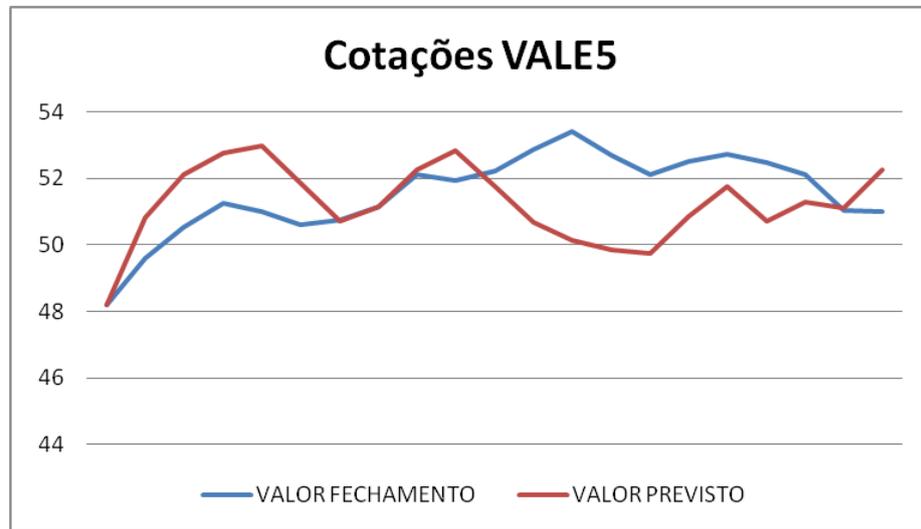


Gráfico 2: Cotações VALE5

Fonte: Elaboração própria.

Note-se que o modelo consegue identificar as tendências que realmente ocorreram no mercado. Em operações de curto prazo, no caso da VALE5, o modelo conseguiu visualizar para o período de 30 dias corridos uma rentabilidade muito próxima do que realmente aconteceu, o que neste caso serviria de importante ferramenta para o investidor, gerando uma boa possibilidade de obter sucesso em suas aplicações.

Ao analisar-se, a previsão que mais se aproximou foi a do papel BVMF3. De acordo com os dados de todas as tabelas mostradas anteriormente, podem-se calcular os desvios entre a previsão e o ocorrido de cada papel, em termos percentuais, apresentando-os.

Rentabilidade Real vs Rentabilidade Prevista			
Papel	Rentabilidade Real	Rentabilidade Prevista	Varição Real vs Previsto
BBAS2	-0,73%	-1,32%	80,49%
VALE5	5,78%	8,41%	45,62%
BVMF3	-9,44%	-11,22%	18,80%
ITUB4	-10,04%	-6,09%	-39,40%
BBDC4	-5,50%	-1,99%	-63,89%
USIM5	-10,04%	0,77%	-107,63%
OGXP3	-13,95%	1,25%	-108,97%
PETR4	1,28%	-0,24%	-118,93%
GGBR4	-5,82%	3,84%	-165,88%
PETR3	0,46%	-2,00%	-536,17%

Tabela 11: Desvio dos cálculos de rentabilidade

Fonte: Elaboração própria.

A Tabela 11 evidencia que a aplicabilidade do modelo tem melhores resultados se utilizado para conhecer as linhas de tendência e não as rentabilidades. Acredita-se que, de acordo com a hipótese de eficiência de mercado, no longo prazo essas anormalidades sejam corrigidas. Sugere-se que, para ter maior fidedignidade, a ferramenta seja aprimorada para prever séries maiores num espaço de curto prazo, reduzindo esses desvios e, dessa forma, aprimorando-se e tornando-se mais eficaz.

Ao analisar-se a rentabilidade da carteira, espera-se um retorno superior ao de outros investimentos, como a caderneta de poupança, uma vez que o risco por esta opção em detrimento da outra é maior. Ao se reunirem os resultados, construiu-se a tabela da sugestão do modelo e do que realmente ocorreu.

Sequência de compra ideal	
Sequência de compra utilizando rede	Sequência de compra ideal (Ocorrência)
VALE5	VALE5
GGBR4	PETR4
OGXP3	PETR3
USIM5	BBAS3
PETR4	BBDC4
BBAS3	GGBR4
BBDC4	BVMF3
PETR3	USIM5
ITUB4	ITUB4
BVMF3	OGXP3

Tabela 12: Sequência de compra ideal

Fonte: Elaboração própria.

De acordo com o modelo, a ação que deveria ser escolhida para investimentos em termos de rentabilidade é a VALE5, que prevê uma rentabilidade de 8,41% para o período em questão. Segundo os dados do que ocorreu no mercado, a rentabilidade alcançada foi de 5,78% no período. Apesar do alto desvio entre o que aconteceu e o que modelo previu, em função dos acontecimentos e comportamento dos outros papéis, o modelo acertou na decisão de investir. A Tabela 12 mostra a ordem de compra ideal e prevista. Note que o modelo acerta precisamente a ordem de rentabilidade de dois papéis (VALE5 e ITUB4).

De acordo com a hipótese de mercado eficiente exposta no referencial teórico deste artigo, o investidor também poderia tomar decisões de investimento com base na liquidez dos papéis que compõem a carteira analisada. Para isso, a Tabela 13 mostra a liquidez dos papéis na data 0.

IN - Carteira de Estudos	
Papel	IN
VALE5	0,833441344
PETR3	1,016396666
ITUB4	1,029927224
USIM5	1,029927224
BBAS3	1,041888278
PETR4	1,041888278
OGXP3	1,058231238
BBDC4	1,082664518
GGBR4	1,454883835
BVMF3	1,567452228

Tabela 13: IN da carteira estudada

Fonte: Elaboração própria.

A hipótese do mercado eficiente assume que as menos líquidas serão as mais rentáveis, portanto a Tabela 13 está classificada com a ordem de compra de acordo com esta hipótese.

A tabela 14 apresenta a comparação entre as recomendações de compra pela ferramenta de RNA e pela hipótese de mercado eficiente.

Sequência de compra ideal		
Sequência de compra utilizando rede	Sequência de compra ideal (Ocorrência)	Sequência de compra (Hipótese Mercado Eficiente)
VALE5	VALE5	VALE5
GGBR4	PETR4	PETR3
OGXP3	PETR3	ITUB4
USIM5	BBAS3	USIM5
PETR4	BBDC4	BBAS3
BBAS3	GGBR4	PETR4
BBDC4	BVMF3	OGXP3
PETR3	USIM5	BBDC4
ITUB4	ITUB4	GGBR4
BVMF3	OGXP3	BVMF3

Tabela 14: Sequência de compra ideal 2 modelos versus ocorrido

Fonte: Elaboração própria

Note-se que tanto a ferramenta de RNA como basear-se na hipótese do mercado eficiente acertaram na previsão ao identificar a VALE5 como a mais rentável.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Observe-se que, em outros dois papéis, os modelos deram exatamente a mesma previsão (USIM5 e BVMF3) e que, em outros dois, apenas se inverteram as posições (PETR4 e BBAS3). Isso permite concluir uma relação de 50% de acerto entre a RNA e a hipótese de mercado eficiente.

A proposta do estudo era evidenciar o uso de redes neurais artificiais para o mercado acionário se apresenta como mais uma ferramenta dentre tantas já existentes para tais análises.

No entanto, como mencionado, o investidor fará sempre uma relação entre o risco e retorno do papel que irá investir. O modelo se limita em levar em conta apenas variáveis quantitativas, desconsiderando o pensamento e a ação substantiva do investidor. Para tal, fica a perspectiva que no futuro, se consolidada a ferramenta, possamos mesclar o uso das RNA's com estudos em finanças comportamentais para verificar a aceitabilidade do investidor frente a essa metodologia.

REFERÊNCIAS

- Assaf Neto, A. (1999). *Mercado financeiro* (2a ed.). São Paulo: Atlas.
- Beuren, Ilse Maria. Colauto, Romualdo Douglas; Coleta, análise e interpretação dos dados. In. Beuren, Ilse Maria. (Org). *Como elaborar trabalhos monográficos em contabilidade*. 3.ed. São Paulo: Atlas, 2006.
- Brealey, R. A., Myers, S. C. & Allen, F. (2008). *Principles of corporate finance* (8th ed.), 304. New York: McGraw-Hill.
- Cartacho, M. S. (2001). *A utilização de um modelo híbrido algoritmo genético/redes neurais no processo de seleção de carteiras*. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte: MG.
- Chizzotti, Antônio. *Pesquisa em ciências humanas e sociais*. São Paulo: Cortez, 2000.

- Fama, E. F. (1970, May). Efficient capital markets: a review of theory and empirical work. *Journal of Finance*, 25(2), 383-417.
- Freitas, S. O. *Utilização de um modelo baseado em redes neurais para a precificação de opções*. (2001). Dissertação de Mestrado, Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte: MG.
- Gil, A.C. *Métodos e técnicas de pesquisa social*. 5. ed. São Paulo: Atlas, 1999.
- Gitman, L. J. (2010). *Princípios de administração financeira* (12a ed.). São Paulo: Pearson.
- HAYKIN, Simon. *Redes Neurais – Princípios e Práticas*. 2ed, 59. São Paulo: Pearson,1999.
- Leal, R. P. C., Oliveira, J. & Soluri, A. F. (2003, janeiro/março). Perfil da pesquisa em finanças no Brasil. *Revista de Administração de Empresas*, 43(1), 91-104.
- Kendall, M. G. Hill, A. B. The Analysis of Economic Time-Series-Part I: Prices. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*, Volume 116, Issue I (1953), 11-34.
- Keynes, J. M. (1983). *A teoria geral do emprego do juro e da moeda*. São Paulo: Abril Cultural.
- Marangoni, P. H. (2010). *Redes neurais artificiais para previsão de séries temporais no Mercado acionário*. Monografia de conclusão de curso, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis: SC.
- Markowitz, H. Portfolio Selection.. *The Journal of Finance*, Vol. 7, No. 1. (Mar., 1952), pp. 77-91.
- Murphy, J. J. (1999). *Technical analysis of the financial market*. New York: New York Institute of Finance.
- Pinheiro, J. L. (2009). *Mercado de capitais: fundamentos e técnicas* (5a ed.), 456. São Paulo: Atlas.
- Ross, S. A.; Westerfield, R. W. & Jaffe, J. F. (2007). *Administração financeira*. São Paulo: Atlas.
- Sharpe, William F. 1964. "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk." *Journal of Finance*. 19:3, pp. 425–442